Représentations Arborées et Catégories Naturelles

Hervé ABDI,[1] Jean-Pierre BARTHELEMY, Xuan LUONG

Résumé

Cet article comporte deux grandes parties. La première esquisse un historique rapide des représentations arborées et évoque au passage la diversité de leurs origines (de l'archéologie à la recherche opérationelle en passant par l'algorithmique et la psychologie). La seconde partie insiste sur l'adéquation des représentations arborées pour la description des catégories naturelles. En particulier, on montre comment la liaison des représentations arborées avec le modèle du contraste de Tversky (1977) permet la prise en compte des effets de «typicalité» dans les catégories naturelles.

Abstract

This paper is structured along two mainlines. First, we give a brief historical sketch of the additive-tree representations (with the stress put on the diversity of the origins: from the archeology to the operational research passing by the algorithmic and the psychology). Secondly, we emphasize the adequacy of the additive tree as a description of the natural categories; in particular, we defend the contention that the additive tree (together with the contrast model of Tversky, 1977) can represent the so called «gradient of typicality» of the natural categories, as well as deal with the «features *vs* global similarity» (or «features *vs* network») problem.

INTRODUCTION

Les thèmes

Nous nous proposons, dans cet exposé de retracer (très) sommairement l'histoire des «représentations arborées» (parfois appelées — improprement — arbres additifs); nous évoquerons leur naissance (célébrée dans divers

[1] Laboratoire de Psychologie, Ancienne Faculté, 36 rue Chabot-Charny, 21000 Dijon, France.

contextes) et leur développement dans les champs de la psychologie du langage et de la mémoire sémantique.

Les arbres forment une configuration combinatoire particulièrement simple dont l'usage s'est révélé fécond en psychologie, soit comme modèle (cf. Chomsky pour la psycholinguistique, Collins & Quillian, 1969; pour l'étude de la mémoire sémantique), soit comme résumé de données grâce aux classifications hiérarchiques ou arbres ultramétriques (cf. Miller, 1969; Friendly, 1979, etc.), à l'analyse de similitude développée par Degenne, Flament & Vergès (1961, 1973, 1981) et — comme il se doit — les «représentations arborées» (cf. Cunningham 1974, Sattath & Tversky, 1977, Solso, 1979, p.82) thème que nous développons ici.

Nous désignerons par *représentation arborée de données*, un arbre dont la configuration permet de rendre compte d'observations effectuées sur un ensemble d'objets (les objets représentant les «feuilles» de l'arbre, cf. *Infra*). Remarquons dès à présent l'analogie de cette démarche avec l'approche du «MultiDimensionalional Scaling» (et d'un certain courant d'analyse descriptive des données); là, nous voulons représenter des objets comme les feuilles d'un arbre; ici, on cherche à placer «au mieux» des objets dans un espace euclidien. Dans les deux cas, on effectue un compromis — parfois périlleux — entre: d'une part, l'avantage de se trouver dans un espace de représentation (e.g., espace euclidien, arbre...) connu et simple; et, d'autre part, l'inconvénient d'un portrait caricatural voire franchement infidèle...

Vocabulaire

Un arbre $T = (S,A)$ de sommets S et d'arêtes A, est un graphe non-orienté connexe et sans cycle (e.g., dans un arbre, un chemin et un seul relie deux sommets, la Figure 1 illustre cette définition). Dans l'ensemble S, on distingue les sommets terminaux (les «feuilles» de l'arbre) de degré 1 (le degré d'un sommet est simplement le nombre d'arêtes qui jouxtent ce sommet)

que l'on note F, des sommets intérieurs (les «nœuds» de l'arbre) de degré supérieur ou égal à 2. En fait, les arbres considérés, ici, auront des nœuds de degré au moins égal à 3. On s'interdit, ainsi, la configuration c de la Figure 1.

Un arbre valué est un couple (T,l) formé d'un arbre $T = (S,A)$ et d'une fonction l définie sur A à valeurs réelles strictement positives ($l(x,y)$ représente la longueur de l'arête x,y). En définissant la longueur d'un chemin de l'arbre comme la somme des longueurs des arêtes qui le composent, on obtient une distance d sur S en posant $d_l(x,y)$ = «longueur du chemin entre x et y».

Considérons, maintenant, un ensemble F quelconque, et une mesure de dissimilarité (ou de dissimilitude, ou de proximité, etc.) δ définie sur F. On dira que δ est une «distance arborée» si il existe un arbre valué (T,l) tel que (1) F soit l'ensemble des feuilles de T, et (2) $\delta(f, f') = d_l(f, f')$ (avec f et f' appartenant à F).

Un ensemble de problèmes pratiques peut se traduire en termes de «problème de représentation arborée»: étant donné une mesure de dissimilarité sur F, trouver une distance arborée sur F, qui «approche au mieux» δ. Remarquons, au passage, que pratiquement, on est souvent amené à relâcher certaines conditions dans la définition d'un arbre valué; comme par exemple, admettre des longueurs nulles de manière que certains éléments de F puissent être des nœuds de l'arbre, ou bien même, n'imposer aucune condition à l.

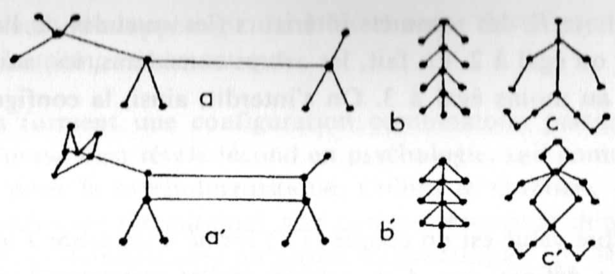

Figure 1. : les graphes a,b,c sont des arbres, mais pas les graphes a',b',c'.

UN POINT DE VUE HISTORIQUE

Jouons aux quatre points...

Dans cette partie, nous évoquerons quelques épisodes de cette découverte qui atteint son... point culminant dans la caractérisation par Buneman (1974) et Dobson (1974) des distances arborées:

δ est une distance arborée *ssi* elle vérifie la condition dite des «quatre points»: Pour tout x,y,z,t de F:

$$[\delta(x,y) + \delta(z,t)] \leq \max\{[\delta(x,z) + \delta(y,t)]\ ,[\delta(x,t) + \delta(y,z)]\}$$

des ancêtres...

Avant 1974, cette condition se rencontre sous des formes variées et dans différents contextes chez plusieurs auteurs (cf. Simoes-Perreira, 1969; Patrinos & Hakimi, 1972). En particulier, Buneman (1971, dans un article qu'il convient de qualifier de séminal) se propose d'utiliser une représentation arborée pour étudier la filiation des manuscrits, et il signale que, précédemment Cavalli-Sforza & Edwards (1967) ainsi que Eck & Daykhoff (1966) avaient rencontré un problème similaire d'approximation et proposé des solutions.

Codage et décodage de l'information

Néanmoins, dans le cadre du traitement de l'information, Smolenski (dès 1962) définit des distances arborées (avec une longueur unité pour chaque arête de l'arbre), et montre l'unicité de l'arbre représentant cette distance. Problème poursuivi ensuite par Zaretskii (1965, qui, en fait — mais en russe — démontre la fameuse condition des quatre points que retrouveront les auteurs cités au paragraphe «des ancêtres») et raffiné par Dewdney (1979) et Chaiken *et al.* (1983) qui posent et résolvent le problème du nombre de degrés de liberté (i.e., le nombre de valeurs suffisant pour garantir l'unicité de l'arbre). Ces auteurs, proposent, alors, des algorithmes de codage et décodage (i.e., à partir d'un arbre trouver les $2n-3$ valeurs le caractérisant, et inversement).

Recherche Opérationnelle

Problème de codage que rejoint une question issue de la recherche opérationnelle: celle de la représentation par un graphe d'une matrice de distance. Evoquons, ici un ensemble de travaux (ignoré par Buneman) dont l'origine semble remonter à Hakimi & Yau (1964) qui posent le problème général de construire un arbre T associé à une distance sur S. Thème repris par Boesch (1969) et Simoes-Pereira (1967, 1969) puis par Patrinos & Hakimi (1972) qui — ignorant Buneman — étudient le cas très général des représentations arborées de similitude (ils considèrent également le cas des arbres orientés et des dissemblances négatives) et rencontrent ainsi une condition proche parente de la condition des quatre points: ils montrent que δ est une distance arborée *ssi* deux des trois nombres

$$[\delta(x,y) + \delta(z,t)],\ [\delta(x,t) + \delta(y,z)],\ [\delta(x,y) + \delta(y,t)]$$

sont égaux

Enfin, signalons, mais sans insister, l'utilisation de distances arborées par différents auteurs soucieux de comparer des classifications hiérarchiques (Phipps, 1967; Farris, 1973; Bobisud & Bobisud, 1972).

Des outils combinatoires

De Buneman (1971) et Dobson (1974) émergent deux outils combinatoires: les scissions (splits) et les relations quaternaires arborées (abrégées en *R.Q.A.*). Examinons-les, avant de les retrouver dans une première application psychologique.

Gommons une arête dans un arbre, nous créons, ainsi, deux composantes connexes, donc une bi-partition de l'ensemble des feuilles de l'arbre. Buneman appelle cette bi-partition une scission, et, en particulier, caractérise les familles de bi-partitions qui sont les scissions d'un arbre.

Pour simplifier l'écriture, Dobson introduit une relation quaternaire H sur l'ensemble des quadruplets de F muni d'une distance arborée. Dans ce cas on obtient pour tout x, y, z, t de F:

Soit (1):

$$\delta(x,y) + \delta(z,t) < \delta(x,t) + \delta(y,z) = \delta(x,z) + \delta(y,t)$$

(ou l'une des deux inégalités obtenues par permutation)

Soit (2):

$$\delta(x,y) + \delta(z,t) = \delta(x,t) + \delta(y,z) = \delta(x,z) + \delta(y,t)$$

Lorsque (1) ou (2) est vérifiée, Dobson écrit $xyHzt$. La relation H exprime, indépendamment des valeurs δ (i.e., des longueurs des arêtes) les configurations de quatre points et met, ainsi, en évidence une dualité regroupement/opposition que traduiront les représentations arborées.

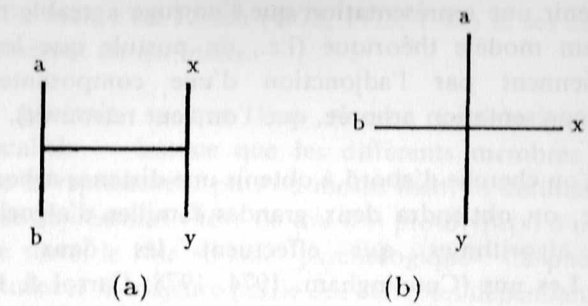

Figure 2. : Les deux configurations de quatre points de Dobson.

Ces deux notions — à l'origine purement technique — seront réintégrées dans un cadre psychologique par Colonius & Schulze (1979, 1981), qui, dans un esprit proche de la psychophysique (cf. Luce & Galanter, 1963) et de la «théorie du mesurage» (*measurement theory*; cf. Suppes & Zinnes, 1963; Krantz *et al.*, 1971) se proposent d'utiliser directement ces relations quaternaires (e.g., en demandant à des sujets de regrouper des quadruplets en deux paires telles que les objets de chaque paire se ressemblent le plus possible; cf. le quadrant *IVb* de Coombs, 1964). Ils esquissent, ainsi, les fondements d'une théorie non-métrique des représentations arborées; avec laquelle ils explorent le champ sémantique de quelques verbes apparentés (e.g., *admit*, *confess*, *defend*, etc.).

UN MOT SUR LES ALGORITHMES

Lorsque δ est naturellement une distance arborée sur F, la construction de l'arbre s'obtient aisément *via* la mise en oeuvre de la condition des quatre points. Sinon, le problème se pose de trouver le couple (T,l) offrant la «meilleure approximation» de δ. Cette recherche étant motivée soit par la volonté d'obtenir une représentation que l'on juge agréable ou confortable, soit par un modèle théorique (i.e., on postule que les données observées s'obtiennent par l'adjonction d'une composante d'erreur aléatoire à une représentation arborée, que l'on veut retrouver).

Suivant que l'on cherche d'abord à obtenir une distance arborée ou une structure d'arbre, on obtiendra deux grandes familles d'algorithmes (en attendant les algorithmes qui effectuent les deux opérations simultanément). Les uns (Cunningham, 1974, 1978; Carrol & Pruzansky, 1975; ainsi que De Soete, 1983b) estiment *l* par une méthode des moindres carrés sous diverses contraintes (cf. aussi, dans un esprit proche de la recherche de l'ultramétrique sous-dominante, Roux 1984, communication personnelle), et construisent ensuite l'arbre. Les autres (Sattath & Tversky, 1977; Luong, 1983) débutent par la recherche de la structure d'arbre la plus appropriée (via la traduction de la condition des quatres points) et estiment ensuite par différentes méthodes les valuations des arêtes (pour plus de détails, cf. Abdi *et al.*, 1984; pour une extension aux «tableaux à trois dimensions» et au problème des données incomplètes voir Carroll *et al.*, 1984; De Soete, 1984).

ARBRES, CATEGORIES & CONCEPTS

Le décor; ou: "tous les hommes sont égaux...mais certains plus que d'autres..."

Dans les années soixante-dix, tout un courant de recherche s'est développé à l'intersection de la psychologie du langage et de l'étude la mémoire sémantique, avec comme thème favori le problème des «catégories sémantiques mal définies». L'air n'était pas nouveau (cf. Galton, 1879, et ses «photographies mentales mélangées»), mais il semblait inspirer principalement les philosophes (cf. Wittengstein, 1953; et la notion «d'air de famille» des membres d'une même catégorie). Pourtant, dès 1950 et 1957, Attneave, jouait ce thème, que reprenaient — en choeur — Posner & Keele

(1968, 1970); mais c'est Rosch (1973, 1975, 1983) et ses collaborateurs qui le transformèrent en *leit-motiv*.

L'idée générale — que l'on résume parfois sous le terme de «prototypicalité» — énonce que les différents membres d'une catégorie sémantique la représentent plus ou moins bien; ils définissent une sorte de «gradient de représentativité». Le (ou les) prototype(s) d'une classe jouant, en quelque sorte, le rôle «d'amer psychologique». Ce phénomène robuste semble influencer la majeure partie des variables dépendantes utilisées dans les recherches de psychologie (pour une revue de question voir Cordier & Dubois, 1981; Mervis & Rosch, 1981; Smith & Medin, 1981; Medin & Smith, 1984; pour des applications de ces idées aux «heuristiques de jugement quotidiens» voir Kahneman *et al.*, 1982; Rosch, 1983). On oppose, volontiers cette approche à «l'approche classique» ou «Aristotélicienne» qui définit l'équivalence des membres d'une même catégorie. Pour cette dernière, (cf. Figure 3), une manière cohérente de décrire des concepts et leur organisation sera l'arbre ultramétrique ou hiérarchique (cf. Miller, 1969, Miller & Johnson-Laird, 1976; Keil, 1979, et ses «concepts ontologiques»; Gentner, 1981, et ses «composantes des verbes»). Ici, les éléments d'une classe sont également représentatifs.

En revanche, l'arbre ultramétrique se révèle insatisfaisant pour figurer des classes avec leur gradient de représentativité. Et bon nombre d'auteurs préféreront les représentations sous forme de cartes obtenues par les techniques de «MultiDimensional Scaling», d'accès aisé en pays Anglo-Saxon (cf. les programmes MDSCAL, KYST et bien d'autres de TORSCA à INDSCAL, pour une revue voir Carroll & Arabie, 1980).

Sans entrer dans le débat «dimensions contre traits caractéristiques» *(dimensions versus features)*, il est clair que les cartes fournies par le MultiDimensional Scaling favorisent une interprétation en termes de dimension (cf., entre autres, Henley, 1969; Rips *et al.*, 1973; Shoben, 1976; Shepard *et al.*, 1972, etc.). Quoique, la tradition du MultiDimensional Scaling aboutisse également à des représentations arborées (mais celles-ci sont relativement récentes, cf. Shepard, 1974, 1982; Carroll & Chang, 1975;

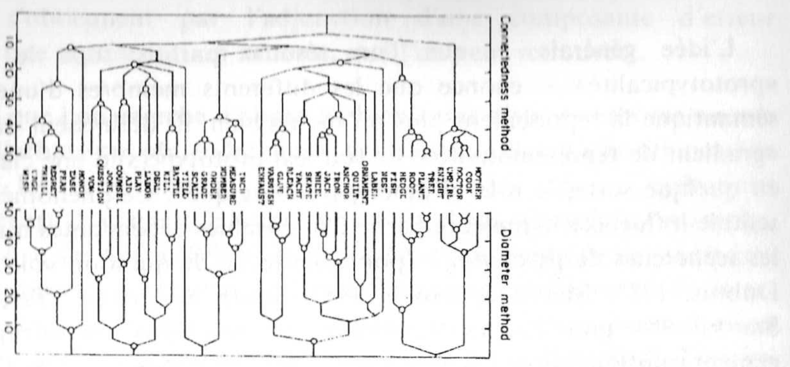

Figure 3. : Arbre hiérarchique obtenu par MILLER (1969) à partir d'une matrice de co-occurences (nombre de sujets qui rangent les noms dans un même paquet).

Coxon, 1982), l'intégration des représentations arborées dans le domaine de la psychologie des concepts et de la mémoire sémantique est dûe sans conteste à Tversky.

Tversky et le Modèle du contraste...

A l'intersection de différents courants de recherche sur la mémoire sémantique, Tversky (1977, Tversky & Gati, 1978, 1982; Gati & Tversky, 1982, 1984) élabore le modèle du contraste (et un autre modèle «du rapport» que nous ne développons pas ici) pour rendre compte des effets de «prototypicalité» sur la similitude percue entre différents stimuli (il cherche — entre autres — à éclaircir et à formaliser l'idée de gradient de représentativité). Examinons ce modèle avant de le relier aux représentations arborées (pour une intégration de ce modèle au pays de la métaphore voir Ortony, 1979; Liu, 1981; pour une mise à l'épreuve sur le problème de la reconnaissance des visages voir Sergent, 1984; Takane & Sergent, 1983). A chaque stimulus — disons a — Tversky associe l'ensemble A de ses traits caractéristiques *(features)* qui peuvent s'interpréter comme des ingrédients de composition (e.g., dans un visage, le nez, la bouche, les

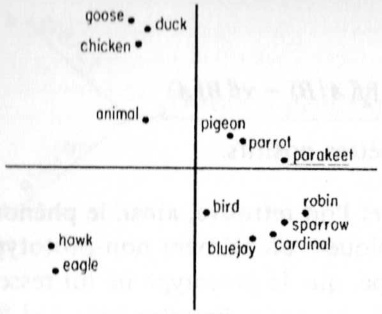

Figure 4. : carte obtenue par Rips *et al.* (1973), avec le programme INDSCAL.

oreilles, etc.), des propriétés ou des attributs. Puis, a et b étant deux stimuli, la similitude $s(a,b)$ de a à b (elle n'est pas nécessairement symétrique, comme nous le verrons plus loin) est, selon Tversky, une fonction de trois arguments:

- $A \cap B$; les traits communs à a et b.
- A/B ; les traits propres à a.
- B/A ; les traits propres à b.

Ainsi le modèle de Tversky s'écrit

$$s(a,b) = F(A \cap B, A/B, B/A).$$

En outre: $s(a,b) \geq s(c,d)$; Lorsque:

$$A \cap B \supseteq C \cap D, \quad A/B \subseteq C/D, \quad B/A \subseteq D/C$$

(Condition de monotonie).

Tversky montre ensuite — dans la plus pure tradition de la théorie du mesurage *(measurement theory)* — que l'ajout de trois conditions supplémentaires (i.e., indépendance, solvabilité, et invariance), permet d'obtenir le modèle du contraste: Il existe une échelle de similarité S telle que:

$$S(a,b) \leq S(c,d) \Leftrightarrow s(a,b) \leq s(c,d)$$

et

$$S(a,b) = \alpha f(A \cap B) - \beta f(A/B) - \gamma f(B/A)$$

Avec f isotone et α, β et γ trois paramètres positifs.

Lorsque $\beta \neq \gamma$, S sera asymétrique et l'on retrouve, ainsi, le phénomène «d'asymétrie de ressemblance prototypique»: un élément non-prototypique de la classe ressemble plus au prototype, que le prototype ne lui ressemble (e.g., c'est ce qui nous fera dire que la Joconde du calendrier des Postes ressemble à celle du Louvre mais pas l'inverse — mis à part, évidemment, les héros de Queneau ou San Antonio).

Lorsque $\beta = \gamma$, et lorsque F est additive [i.e. $f(A \cup B) = f(A) + f(B) - f(A \cap B)$], il existe alors une mesure g telle que:

$$S(a,b) = \lambda - g(A/B) - g(B/A)$$

(Avec λ un réel positif)

Cette dernière propriété permet une représentation particulièrement agréable des dissimilarités lorsque l'espace des traits est un arbre (i.e., lorsque trois stimuli quelconques peuvent être baptisés a, b, c, avec $A \cap B = A \cap C \subset B \cap C$).

En valuant convenablement les arêtes de l'arbre et en identifiant l'ensemble des stimuli aux feuilles de l'arbre, la distance de a à b vaudra (cf. Figure 6):

$$d(a,b) = g(A/B) + g(B/A).$$

Ce qui revient à exprimer la dissemblance en terme des traits distinctifs.

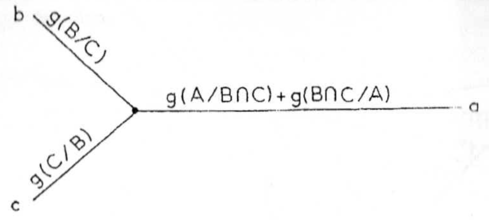

Figure 5. : L'espace des traits caractéristiques est un arbre.

Les représentations arborées s'offrent, ainsi, comme une version simplifiée du modèle du contraste, et comme une description des catégories permettant la comparaison aussi bien des éléments d'une catégorie entre eux (*via* la distance arborée) que des éléments à la catégorie définie comme le nœud central aux éléments de la catégorie (c'est à dire l'ensemble des traits communs à l'ensemble des éléments de la catégorie). On retrouve, ici, la définition classique de la catégorie, avec, en outre, l'expression du «gradient de représentativité» (pour plus de détails sur ce point, cf. Abdi, 1985). Cet accord, entre représentation arborée et mémoire sémantique, sera renouvellé par Cunnigham (1978) qui — pour sa part — plante ses arbres dans le champ d'étude des modèles d'Anderson & Bower (1973), Collins & Loftus (1974), et Rips *et al.* (1973), mais ne participe pas à la discussion que se livrent les auteurs auxquels il se refère (i.e., il ne relie pas les représentations arborées aux différents modèles de la représentation en mémoire des concepts). Mais terminons cette partie par un dessin: quelques animaux grimpent aux arbres (données de Henley, 1969) et quelques oiseaux se perchent sur des branches (données de Smith & Medin, 1981).

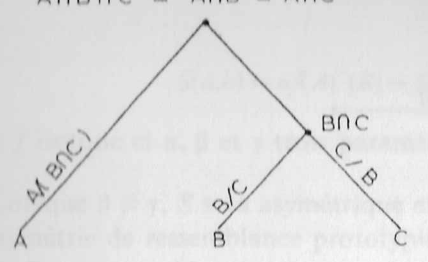

Figure 6. : Arbre des stimuli correspondant à l'arbre des traits de la Figure 5

CONCLUSION: LE PROBLEME DE LA PERTINENCE

Nous avons signalé plus haut comment Colonius & Schulze (1981) se proposaient d'analyser les représentations arborées du point de vue de la théorie du mesurage (leur résultat principal étant — sans doute — la caractérisation des *R.Q.A.*). L'approche en termes de la théorie du mesurage conduit tout naturellement à la question de la «pertinence» (*meaningfulness*, cf. Roberts, 1979): l'ajustement à une distance arborée d'un coefficient de dissimilarité amène à considérer une application de l'ensemble des coefficients de dissimilarité dans l'ensemble des distances arborées. On dira qu'un tel ajustement est pertinent *(meaningful)* s'il reste invariant pour les tranformations acceptables des données. (e.g., une échelle ordinale tolérera toutes les transformations monotones, une échelle d'intervalle les transformations linéaires, etc.).

De Soete (1983a) aborde ce thème, et constate l'absence d'invariance de l'ajustement pour l'ensemble des tranformations monotones (mais pas des tranformations linéaires). Autrement dit, lorsque deux matrices de dissemblance imposent le même ordre aux paires d'observations, les représentations arborées obtenues pourront être différentes pour la structure de l'arbre comme pour les valuations. Ainsi les représentations arborées échappent à une certaine problématique du «Scaling» (e.g., l'ap-

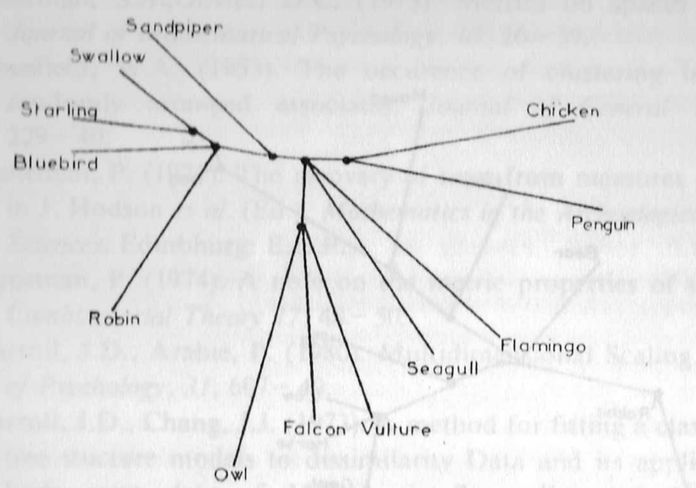

Figure 7. : Représentation arborée obtenue à partir des données de Smith & Medin (1981).

proximité, mais, en revanche, traduisent la dualité — plus subtile mais plus essentielle — du regroupement et de l'opposition qu'exprime la condition des quatre points...

BIBLIOGRAPHIE

Abdi, H. (1985). Représentations arborées de l'information verbatim, In Wittwer J. (Ed.): *Psycholinguistique textuelle*. Paris: Bulletin de Psychologie (Numéro Spécial).

Abdi, H., Barthélemy, J.P., Luong, X. (1984). Tree Representations of associative structures in semantic and episodic memory research; In Degreef E., Van Huggenhaut J. (Eds): *Trends in Mathematical Psychology*. New-York: Elsevier.

Anderson, J.R., Bower, G.H. (1973). *Human Associative Memory*. Hillsdale: L. Erlbaum.

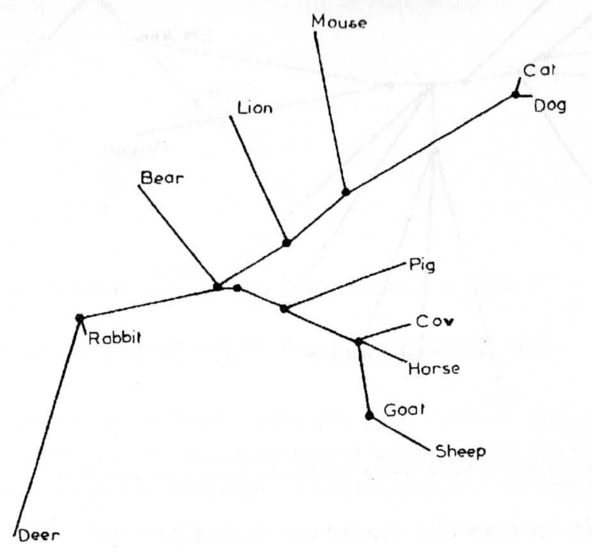

Figure 8. : Représentation arborée obtenue à partir des données de Henley (1969).

Attneave, F. (1950). Dimensions of similarity. *American Journal of Psychologie*, *63*, 516 – 66.

Attneave, R.C. (1957). Tranfer of experience with a class-schema to identification-learning of patterns and shapes. *Journal of Experimental Psychology*, *54*, 81 – 8.

Bobisud, H.M., Bobisud, A. (1972). A metric for classification. *Taxonomy*, *21*, 607 – 613.

Boesch, F.T (1969). Properties of the distance matrix of a tree. *Quaterly Applied Mathematics*, *16*, 607 – 9.

Boorman, S.A.,Olivier, D.C. (1973). Metrics on spaces of finite trees. *Journal of Mathematical Psychology*, *10*, 26 – 59.

Bousfield, W.A. (1953). The occurence of clustering in the recall of randomly arranged associates. *Journal of General Psychology*, *49*, 229 – 40.

Buneman, P. (1971). The recovery of trees from measures of dissimilarity, in J. Hodson *et al.* (Ed.), *Mathematics in the Archaelogical and Historical Sciences*. Edinbhurg: E.U.P.

Buneman, P. (1974). A note on the metric properties of trees. *Journal of Combinatorial Theory 17*, 48 – 50.

Carroll, J.D., Arabie, P. (1980). Multidimensional Scaling. *Annual Review of Psychology*, *31*, 607 – 49.

Carroll, J.D., Chang, J.J. (1973). A method for fitting a class of hierachical tree stucture models to dissimilarity Data and its application to some body parts data of Miller's. in Proceedings of the 81th Annual Convention American Psychological Association, *8*, 1097 – 8.

Carroll, J.D., Clark, L.A., Desarbo, W.S. (1984). The representation of three-way proximity data by single and multiple tree structure models. *Journal of Classification*, *1*, 25 – 74.

Carrol, J.D., Pruzansky, S. (1975). Fitting of hierarchical tree structure models. Paper presented at the U.S. – Japan semin. on M.D.S. San Diego.

Cavalli-Sforza, L.L., Edwards, A.W.F. (1967). Philogenetic analysis models and estimation procedures. *American Journal of Human Genetic*, *19*, 233 – 57.

Chaiken, S., Dewdney, A.K., Slater, P.D. (1983). An optimal diagonal tree code. *Siam Journal of Applied Discrete Mathematic*, *4*, 424 – 9.

Collins, A., Loftus, E.F. (1975). A spreading activation theory of semantic processing. *Psychological Review*, *82*, 407 – 28.

Colllins, A., Quillian, M.R. (1969). Retrieval time from semantic memory. *Journal of Verbal Learning & Verbal Behavior*, *8*, 240 – 7.

Colonius, H., Schulze, H.H. (1979). Reprasentation nichtnumerischer Anlichkeitsdaten durch Baumstrukturen. *Psychologische Beitrage*, *21*, 98 – 111.

Colonius, H., Schullze, R.H. (1981). Tree structures for proximity Data. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology, 34*, 167 – 80.

Coombs, C.H. (1964). *A theory of Data*. New-York: Wiley.

Cordier, F., Dubois, D. (1981). Typicalité et représentation cognitive. *Cahiers de Psychologie cognitive, 3*, 299 – 334.

Coxon, A.P.M. (1982). *The user's guide to Multidimensional Scaling*. London: Heinemann.

Cunningham, J.P. (1974). Finding an optimal Tree realization of a proximity matrix. Paper presented at the mathematical psychology meeting. Ann Arbor.

Cunningham, J.P. (1978). Free Trees and bidirectional trees as representations of psychological distances. *Journal of Matheematical Psychology, 17* 165 – 88.

Degenne, A., Vergès, P. (1973). Introduction à l' analyse de similitude. *Revue Française de Sociologie, 13*, 471 – 512.

De Soete, G. (1983a). Are non-metric Additive – Tree representations of numerical proximity data meaningful? *Quality & Quantity, 17*, 475 – 8.

De Soete, G. (1983b). A least-square algorithm for fitting additive trees to proximity data. *Psychometrika, 48* 621 – 6.

De Soete, G. (1984). Additive-tree representations of incomplete dissimilarity data. *Quality & Quantity, 8*, 387 – 97.

Dewdney, A.K. (1979). Diagonal tree codes.*Information and Control, 40*, 234 – 9.

Dobson, J. (1974). Unrooted Tree for numerical taxonomy. *Journal of Applied Probability, 11*, 32 – 42.

Eck, R.V., Dayhoff, M.O. (1966). *Atlas of Protein Sequence and Structure* New-York: Nat. Biomed. Res. Found.

Farris, J.S. (1973). On comparing the shapes of taxonomic Trees. *Systematic Zoology, 22*, 50 – 4.

Flament, C. (1962). L'analyse de similitude. *Cahiers du Centre de Recherche Opérationnelle*. Brussells.

Flament, C. (1981). L'analyse de similitude: une technique pour les recherches sur les représentations sociales. *Cahiers de Psychologie Cognitive, 1*, 375 – 96.

Friendly, M. (1979). Methods for finding graphic representations of associative memory structures. In Puff C.R. (Ed), *Memory organization and structure*. New York: Academic Press.

Galton, F. (1879). Composite portraits, made by combining those of many different persons into a single, resultant figure. *Journal of the Anthropological Institude, 8*, 132 – 44.

Gati, I., Tversky, A. (1982). Representation of qualitative and quantitative dimensions. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception & Performance, 8*, 325 – 40.

Gati, I., Tversky, A. (1984). Weighting common and distinctive features in perceptual and conceptual judgments. *Cognitive Psychology, 16*, 341 – 70.

Gentner, D (1981). Verb semantic structures in memory for sentences: Evidence for componential representation. *Cognitive Psychology, 13*, 56 – 83.

Hakimi, S.L., Yau, S.S. (1964). Distance matrix of a Graph and its realizability. *Quaterly of Applied Mathematics, 22*, 305 – 17.

Hartigan, J.A. (1967). representations of similarity matrices by trees. *J.A.S.A., 62*, 1140 – 58.

Hartigan, J.A. (1975). *Clustering Algorithms*. New-York: Wiley.

Henley, N.M. (1969). A psychological study of the semantics of animal terms. *Journal of Verbal Learning & Verbal Behavior, 8*, 176 – 84.

Kahneman, D., Slovic, P., Tversky, A. (Eds.) (1982). *Judgment under uncertainty: heuristics and biases*. Cambridge: C.U.P.

Keil, F.C. (1979). *Semantic and conceptual Development*. Havard: H.U.P.

Krantz, D.H., Luce, R.D., Suppes, P., Tversky, A. (1971). *Foundations of Measurement*. New-York: Academic Press.

Liu, I.M. (1981). Common and specific features in pictorial analogies. *Memory & Cognition, 9*, 515 – 523.

Luce, R.D., Galanter, E. (1963). Psychophysical Scaling. In Luce R.D., Bush R.R., Galanter E. (Eds.), *Handbook of Mathematical Psychology*. New-York: Wiley.

Luong, X. (1983). *Voisinage lâche; score et famille scorante*. Besançon: Multigraphié.

Medin, D.L., Smith, E.E. (1984). Concepts and concept formation. *Annual Review of Psychology, 35*, 113 – 38.

Mervis, C.B., Rosch, E. (1981). Categorization of natural objects. *Annual Review of Psychology, 32*, 89 – 115.

Miller, G.A. (1969). A psychological method to investigate verbal concepts. *Journal of Mathematical Psychology, 6*, 169 – 91.

Miller, G.A., Johnson-Laird, P.N. (1976). *Language and perception*. Cambridge: C.U.P.

Ortony, A. (1979). Beyond literal similarity. *Psychological Review, 86*, 161 – 80.

Patrinos, A.N., Hakimi, S.L. (1972). The distance matrix of a graph and its tree realization. *Quaterly of Applied Mathematic, 30*, 255 – 69.

Phipps, J.B. (1971). Dendogram Topology. *Systematic Zoology, 20*, 306 – 8.

Posner, M.L., Keele, S.W. (1970). Retention of abstract ideas. *Journal of Experimental Psychology, 83*, 304 – 8.

Posner, M.L., Keele, S.W. (1968). On the genesis of abstract ideas. *Journal of Experimental Psychology, 77*, 353 – 63.

Pruzansky, S., Tversky, A., Carrol, J.D. (1982). Spatial versus tree representation of proximity data. *Psychometrika, 47*, 3 – 24.

Rips, L.J., Shoben, E.J, Smith, E.E. (1973). Semantic distance and the verification of semantic relations. *Journal of Verbal Learning & Verbal Behavior, 12*, 1 – 20.

Roberts, F.S. (1979). *Measurement Theory*. New-York: Addison-Wesley.

Rosch, E. (1973). On the internal structure of perceptual and semantic categories. In Moore T.E. (Ed.), *Cognitive development and the acquisition of language* New-York: Academic Press.

Rosch, E. (1975). Cognitive representations of semantic categories. *Journal of Experimental Psychology: General, 104*, 192 – 233.

Rosch, E. (1983). Prototype classification and logical classification: the two systems. In Scholnik E.K. (Ed.), *New trends in conceptual representations*. Hillsdale: Erlbaum.

Rosch, E., Llyod, B.B. (Eds.) (1978). *Cognition and Categorization*. Hillsdale: Erlbaum.

Rosch, E., Mervis, C.B. (1975). Family ressemblance studies in the internal structure of categories. *Cognitive Psychology, 7*, 573 – 605.

Rosch, E., Mervis, C.B., Gray, W., Johnson, D., Boyes-Braem, P. (1976). Basic objects in natural categories. *Cognitive Psychology, 3*, 382 – 439.

Rosch, E.H., Simpson, C., Miller, R.S. (1976). Structural bases of typicality effects. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance, 2*, 491 – 502.

Roux, M. (1984). *Communication personnelle*.

Sattath, S., Tversky, A. (1977). Additive similarity tree. *Psychometrika, 42*, 319 – 45.

Sergent, J. (1984). Configural processing of faces in the left and the right cerebral hemispheres. *Journal of Experimental Psychology: Human perception Performance, 10*, 554 – 572.

Shepard, R.N. (1974). Representation of structure in similarity data: problems and prospects. *Psychometrika, 39*, 373 – 421.

Shepard, R.N. (1982). Multidimensional Scaling, tree-fitting and clustering. *Science, 210*, 390 – 8.

Shepard, R.N., Romney, A.K., Nerlove, S.B. (Eds.) (1972). *Muldimensional Scaling (2 Vol.)*. New-York: Academic-Press.

Shoben, E.J. (1976). The verification of semantic relations in a Same-Difference paradigm: An asymmetry in semantic memory. *Journal of Verbal Learning & Verbal Behavior, 15*, 365 – 81.

Simoes-Pereira, J.M.S. (1967). A note on the tree realizability of a distance matrix. *Journal of Combinatorial Theory, 6*, 303 – 10.

Smith, E.E., Medin, D.L. (1981). *Categories and Concepts*. Havard: H.U.P.

Smoleskii, Y.A. (1963). A method for linear recording of graphs. *USSR Comput. Math. and Math. Phys., 2*, 396 – 7.

Solso, R.L. (1979). *Cognitive Psychology*. New-York: Harcourt-Brace-Jovanovich.

Suppes, P., Zinnes, J.L. (1963). Basic Measurement Theory. In Luce R.D., Bush R.R., Galanter E. (Eds.), *Handbook of Mathematical Psychology*. New-York: Wiley.

Takane, Y., Sergent, J. (1983). Multidimensional Scaling models for reaction times and same – different judgements. *Psychometrika, 48*, 393 – 423.

Tulving, E., Donaldson, W. (Eds.) (1972). *Organization of memory*. New-York: Academic Press.

Tversky, A. (1977). Features of similarity. *Psychological Review, 84*, 327 – 52.

Tversky, A., Gati, I. (1978). Studies of similarity. In Rosch E., Llyod B.B. (Eds.), *Cognition and Categorization*. Hillsdale: Erlbaum.

Tversky, A., Gati, I. (1982). Similarity, separability and the triangle inequality. *Psychological Review, 89*, 123 – 54.

Wittgenstein, L. (1953). *Philosophische Untersuchungen*. Oxford: Blackwell.

Zaretskii, K. (1965). Constructing a tree on the basis of a set of distances between the hanging vertices. *Uspekhi Mat. Nauk., 20*, 90 – 2.