DIE WAGEMUTIGE ERFINDUNG DER LOGARITHMENTAFELN

Wie Jost Bürgi, John Napier und Henry Briggs das Rechnen revolutionierten

KLAUS TRUEMPER

Leibniz Company

Copyright © 2024 by Klaus Truemper

Softcover published by Leibniz Company
2304 Cliffside Drive
Plano, Texas, 75023
USA

All rights reserved.

No part of this book may be reproduced, or stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise, without express permission of the publisher.

Cover Art:
Left column: Bürgi image and table. Center: Briggs table. Right column: Napier image and table. Cover design by Ingrid Truemper.

The book is typeset in LaTeX using the Tufte-style book class, which was inspired by the work of Edward R. Tufte and Richard Feynman.

Sources and licenses for all figures are listed in the Notes section. The licenses implicitly cover the figures of the front cover since they are derived from images in Chapters 5, 10, 13, and 15.

Library of Congress Cataloging-in-Publication Data
Truemper, Klaus, 1942–

Die wagemutige Erfindung der Logarithmentafeln
Includes bibliographical references and subject index.
ISBN 978-0-9991402-8-4
1. Mathematik. 2. Logarithmus

Inhaltsverzeichnis

Vorwort von Fritz Staudacher

Zur deutschen Ausgabe

1 *Einleitung* 1

2 *Eine scheinbar einfache Notation* 5

Definition der Tafeln 9

3 *Exponenten* 12

Exponenten für Variablen 12

Exponenten für Konstanten 14

Archimedes 14

4 *Michael Stifel* 17

5 *Jost Bürgi* 20

Dezimalsystem 21

Notation für Dezimalzahlen 22

Wie hat Bürgi seine Logarithmentafel entwickelt? 22

6 *Bürgis Konstruktion* 24

Eine geniale Basis 25

Die gewählte Basis 25

Implizite Genauigkeit der Tafel 26
Schätzung des Rechenaufwands 28
Wahl der Genauigkeit 28
Darstellung von 10.0 29
Bürgi-Konstante und Skalierung 30

7 *Rechnen mit Bürgis skalierter Tafel* 31
Multiplikation 32
Division 33
Potenzieren 33
Wurzelziehen 34
Interpolation 35

8 *Bürgis Logarithmentafel* 38
Genauigkeit der Tafeleinträge 40
Wie hat Bürgi die Tafel entwickelt? 41

9 *Anleitung für Bürgis Tafel* 43
Wahl der schwarzen Zahlen 46
Eine imaginäre Erklärung 48
Ein wichtiger Aspekt 49
Noch eine Frage 51

10 *Bürgis Titelseite* 53
Zwei bedauerliche Entscheidungen 54
Keplers Kommentar 56

11 *Geometrisches Rechnen* 58
Erfindung der Rechenscheibe 60
Erfindung des Rechenschiebers 61

12 *Bau einer Rechenscheibe* 64

Abstände der Striche 64

Rechenaufwand 65

Zusätzliche Skalen 65

Bürgis Entscheidung 66

13 *John Napier* 68

Napiers Modell 69

Format von Napiers Tafel 72

Rolle der Differentia-Spalte 73

Napiers skalierte Tafel 74

14 *Rechnen mit Napiers Tafel* 76

Benutzung von Napiers skalierter Tafel 77

Rechnen 78

Multiplikation 79

Division, Potenzieren, Wurzelziehen 79

15 *Henry Briggs* 80

Briggs' skalierte Tafel 83

Rechnen 84

16 *Genauigkeit und Effizienz* 86

Bürgis skalierte Tafel 86

Napiers skalierte Tafel 86

Briggs' skalierte Tafel 87

Anzahl der Stellen in den Tafeln 88

Effizienz 88

17 *Nach Bürgi, Napier und Briggs* 90

Differenzmaschine 91

18 *Modelle der Welt* 95

Ein Beispiel 96

Arten von Modellen 97

Modellfehler 98

Fehlerquellen 100

Wahre Tatsachen 101

19 *Wer hat den Logarithmus erfunden?* 103

Wichtige Ereignisse 104

Keine Antwort? 107

Wieder keine Antwort? 108

Entscheidung der Priorität 109

20 *Kritische Kommentare* 111

Bürgis skalierte Tafel 111

Napiers skalierte Tafel 112

Briggs' skalierte Tafel 112

Einwand 1 113

Einwand 2 117

21 *Zusammenfassung* 121

Endnoten 124

Literaturverzeichnis 142

Danksagung 146

Index 147

Vorwort von Fritz Staudacher

Schotten und Schweizer haben eine Gemeinsamkeit: den Erfinder der Logarithmentafeln. Bei den Schotten heißt er John Napier Baron von Merichston (1550-1619), ein an der Universität Edinburgh ausgebildeter Mathematiker und Astronom. Der Schweizer Erfinder der Logarithmentafeln, Jost Bürgi (1552-1632), war Uhrmacher ohne formelle höhere Schulbildung, hatte sich aber autodidaktisch am Hofe des Landgrafen Wilhelm IV von Hessen-Kassel zum Mathematiker, Astronomen und Automatenbauer entwickelt.

Zum 400-Jahr-Jubiläum der Logarithmentafeln Jost Bürgis vergleicht Klaus Truemper die Werke dieser beiden Pioniere einer Rechenmethode, die während drei Jahrhunderten die gesamte Mathematik der Neuzeit prägte – von der Keplerschen Revolution bis zur Mondlandung – und erst dann vom elektronischen Taschenrechner abgelöst wurde.

Zunächst einmal versetzt der Autor die Leserin und den Leser in die Zeit des beginnenden 17. Jahrhunderts zurück, in der im zeitlichen Abstand von etwa einem Jahrzehnt beide Tabellenwerke erstellt werden. Er zeigt auf, wie sie entstehen, wann sie sich in der Praxis durchsetzen und wie sie später von Henry Briggs veredelt werden.

Zum besonderen Talent des Autors zählt seine didaktische Meisterschaft, auch solchen Zeitgenossen Mathematik und Logik beizubringen, die sich vor ihr fürchten. Dabei zeigt er zunächst anhand

der geistigen Auseinandersetzung mit den beiden unterschiedlichen Rechenmethoden auf, wie wichtig es ist, erst einmal die richtigen Fragen zu stellen, ohne die man keine richtigen Antworten bekommen kann. Er demonstriert – wiederum konkret am Fall der Zeitgeschichte –, dass falsche Begriffe zu falschen Aussagen führen (müssen) und dass dabei ein Chaos entstehen kann.

So war es auch im Falle der Napierschen Logarithmentafeln, der Bürgischen Prozesstabulen und der Briggschen Zehner-Logarithmentafeln bis heute der Fall. Wenn man das in 21 Schritte – sprich Kapitel – gut lesbar strukturierte Büchlein leichtfüßig bewältigt hat, weiß man nicht nur, wer das Rechnen mit Logarithmentafeln, -scheiben, -schiebern und -stäbchen erfunden hat, sondern auch, wie einfach und elementar Mathematik sein kann und wie man selbst mit der richtigen Fragetechnik und exakten Begriffen auf des Pudels Kern kommt. Ein vergnüglicher und erhellender Spaziergang durch vier Jahrhunderte Mathematik- und Geistesgeschichte!

Fritz Staudacher, Autor der Biographie *Jost Bürgi, Kepler und der Kaiser*

Zur deutschen Ausgabe

Dieses Buch ist die deutsche Version von *The Daring Invention of Logarithm Tables*.

Die Übersetzung wirft ein Problem auf: Wie werden die Dezimalzahlen dargestellt?

Es gibt zwei Methoden: Im ersten Fall trennt man den Dezimalbruch mit dem Dezimalkomma ab, wie etwa in 3,14, und im zweiten Fall mit dem Dezimalpunkt, also 3.14.

Ungefähr die Hälfte der Länder der Welt hat sich für die erste Variante, das Dezimalkomma, entschieden, darunter alle deutschsprachigen Länder. Der Rest, darunter die englischsprachige Welt, benutzt den Dezimalpunkt; siehe Wikipedia „Dezimaltrennzeichen" und „Decimal Separator".

Das ursprüngliche – englische – Buch benutzt dementsprechend den Dezimalpunkt. Wir haben uns entschieden, diese Notation auch in der deutschen Ausgabe zu verwenden, da wir von John Napier und Henry Briggs veröffentlichte Zahlen, die natürlich die englische Notation benutzen, vielfach mit heute errechneten Werten vergleichen. In der Tat hat John Napier den Dezimalpunkt erfunden!

Wir benutzen den Dezimalpunkt auch zur Darstellung der Resultate von Jost Bürgi, damit wir seine Ergebnisse direkt mit denen von Napier und Briggs vergleichen können. Übrigens erfand Bürgi eine hochgestellte kleine Null, um den Dezimalbruch abzutrennen.

Wenn man diese Null schrumpft und auf die Zeile herunter setzt, erhält man den Dezimalpunkt.

1

Einleitung

Ab etwa 50 000 v. Chr. verwendeten die frühen Menschen Kieselsteine, Kerben, Striche oder andere Kennzeichnungen, um Mengen darzustellen. Diese Methoden ermöglichten Addition und Subtraktion sowie einfache Fälle von Multiplikation und Division.

Mit der Zeit ersetzten verschiedene Symbole diese Hilfsmittel und vereinfachten die Rechenprozesse. So entstand die Mathematik.

In den letzten 5 000 Jahren wurden die mathematischen Konzepte weiterentwickelt. Dementsprechend wurde das Rechnen immer komplizierter.

Im 16. und 17. Jahrhundert versuchte man, unerklärlichen und rätselhaften Beobachtungen, etwa der Bewegung der Himmelskörper, mit Hilfe präziser mathematischer Modelle auf den Grund zu gehen. Die Erstellung dieser Modelle erforderte umfangreiches Rechnen, das manchmal Monate oder sogar Jahre in Anspruch nahm.

Die geniale Erfindung der Logarithmentafeln reduzierte diesen Aufwand massiv. In der Tat war das darauf basierende Rechnen um eine Größenordnung effektiver als alle bisher bekannten Methoden. Monate- oder sogar jahrelanges Rechnen konnte in Wochen und manchmal Tagen ausgeführt werden.

Die Logarithmentafeln führten zur Erfindung von Rechengeräten, bei denen Abstände und Winkel die Zahlen der Logarithmentafeln

darstellten. Es gab drei solche Instrumente: Rechenschieber, Rechenscheibe und Rechenzylinder. Diese Geräte wurden bis in die zweite Hälfte des 20. Jahrhunderts gebaut.[1]

Die Erstellung der Logarithmentafeln selbst war mühsam und fehlerbehaftet. Das 19. Jahrhundert brachte eine Rechenmaschine, die die Logarithmentafeln mechanisch und fehlerfrei berechnen konnte: die *Differenzmaschine*.[2] Sie führte noch im 19. Jahrhundert zum Konzept des Allzweckrechners *Analytical Engine*[3] und des weltweit ersten Computerprogramms.[4] Die Analytical Engine war viel komplexer als die Differenzmaschine und wurde deshalb nie gebaut. Sie wird wohl auch nie gebaut werden.

In den 1930er Jahren – ungefähr 100 Jahre nach der Erfindung der Analytical Engine – führte ein genialer neuer Ansatz zu einem Allzweckrechner, dessen erste Version nur Metallblech als Baumaterial erforderte.[5]

Die darauf folgende elektronische Revolution produzierte immer schnellere Rechenanlagen, die das menschliche Leben geradezu magisch bereichern.

Und all das begann mit den Logarithmentafeln.

Wir haben diese Tour der mathematischen und rechnerischen Entwicklung mit Warp-Geschwindigkeit unternommen, um die außergewöhnliche Auswirkung der Erfindung der Logarithmentafeln hervorzuheben. Mehrere Artikel und einige Bücher haben bereits das Gleiche getan. So stellt sich die Frage, warum wir noch ein Buch über dieses Thema geschrieben haben. Hier ist der Grund.

Die gegenwärtige Literatur beschreibt in der Sprache der modernen Mathematik, wie die Logarithmentafeln erfunden wurden.

Die Veröffentlichungen berücksichtigen zwar in der Regel, dass bestimmte mathematische Konzepte zum damaligen Zeitpunkt nicht existierten, benutzen diese aber bei der Interpretation der Ereignisse. Dadurch sieht die Erfindung der Logarithmentafeln viel einfacher aus, als sie in Wirklichkeit war.

Stattdessen versetzen wir uns in diesem Buch in das Leben eines der Erfinder. Wir schauen ihm gewissermaßen über die Schulter, wie er über das Problem des effizienten Rechnens nachdenkt und daran arbeitet.

So verstehen wir, wie schwierig die Arbeit an den Logarithmentafeln wirklich war: Zehntausende von Rechenschritten mussten geplant und mit äußerster Präzision ausgeführt werden. Gleichzeitig erleben wir die Magie dieser Erfindung, wie sie im Kopf eines ihrer Schöpfer entsteht.

Es ist Ihnen sicher aufgefallen, dass wir in dieser Einleitung bislang keinen einzigen Namen genannt haben, geschweige denn etwas über das Leben irgendeiner Person berichtet haben. Das geschieht mit Absicht: Wir lernen jeden Mitspieler kennen, wenn wir uns ausführlich mit seinem Leben befassen.

Ja, das Wort „seinem" ist korrekt. Von wenigen Ausnahmen abgesehen, galten Frauen damals als unfähig, wissenschaftlich zu denken. Das sagt etwas über die Männer der Zeit aus und nichts über die Frauen.

In der historischen Literatur hat es eine Kontroverse gegeben, wer die Logarithmentafel erfunden hat und wann. Es gab eine Reihe von widersprüchlichen Behauptungen.

Im letzten Teil dieses Buches gehen wir auf diese Fragen ein und erklären, wie es zu derart unterschiedlichen Ansichten überhaupt kommen konnte. Wie Sie sicher erwarten, bieten wir auch unsere eigene Meinung an.

Unsere Argumente beruhen auf Einsichten in die Denkprozesse des Gehirns und erklären nicht nur die verschiedenen Meinungen, sondern geben auch eine Begründung für unsere Antwort.

Noch eine Bemerkung zur Mathematik: Wir sind überzeugt, dass die Mathematik von Menschen geschaffen wird, und haben ein Buch geschrieben, in dem wir dies begründen.[6] Die Schlussfolgerung steht im Gegensatz zur Überzeugung der meisten Mathematiker, dass die Mathematik ein Teil der Welt ist und entdeckt wird.

Wenn Sie dieselbe Ansicht haben, sollten Sie sich nicht von Ausdrücken wie „Erfindung" stören lassen. Schließlich beruhen die Meinungen nicht auf einer objektiven Realität, sondern hängen von den Modellen der Welt ab, die wir im Kopf haben. Kapitel 9 und 23 von *Wittgenstein and Brain Science: Understanding the World*[7] erörtern diesen Aspekt im Detail.

Das Buch erfordert keine mathematischen Kenntnisse, die über das alltägliche Wissen von Zahlen und den Grundrechenarten Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division hinausgehen. Nur selten werden komplizierte Argumente benutzt; die Details sind dann in die Endnoten ausgelagert.